

LBRIS

We know
books

Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

matematică algebră geometrie

clasa a VII-a

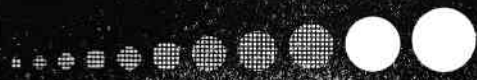
partea I

ediția a X-a, revizuită



mate 2000 – consolidare

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE[®]
antrenament



RECAPITULARE ȘI EVALUARE ÎNȚIALĂ

Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale	5
---	---

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Rădăcina pătrată	14
1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect	14
Test de autoevaluare	19
2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ	21
Test de autoevaluare	27
Mulțimea numerelor reale	29
1. Modulul unui număr real. Reprezentarea pe axă a numerelor reale.	
Aproximări și rotunjiri. Ordonări	29
Recapitulare și sistematizare prin teste	34
2. Reguli de calcul cu radicali	34
2.1. Produsul radicalilor	34
2.2. Câtul radicalilor	35
2.3. Scoaterea factorilor de sub radical	36
2.4. Introducerea factorilor sub radical	36
3. Operații cu numere reale	39
Test de autoevaluare	45
4. Raționalizarea numitorului unei fracții	47
5. Formule de calcul prescurtat	56
6. Media geometrică a două numere reale nenegative	59
7. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	63
Recapitulare și sistematizare prin teste	63
Test de autoevaluare	67
8. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$	69
9. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	73
Recapitulare și sistematizare prin teste	74

PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR

77

GEOMETRIE

Capitolul I. PATRULATERE

1. Patrulater convexe	79
2. Paralelogramul	81
Test de autoevaluare	85
3. Linia mijlocie în triunghi	87
4. Dreptunghiul	90
Test de autoevaluare	93

5. Rombul.....	95
Test de autoevaluare	97
6. Pătratul.....	99
Test de autoevaluare	101
Recapitulare și sistematizare prin teste	103
7. Centrul de simetrie și axe de simetrie pentru poligoanele studiate	104
8. Trapezul	106
9. Linia mijlocie în trapez	109
Test de autoevaluare	111
10. Aria triunghiului și aria patrulaterului.....	113
Test de autoevaluare	117
11. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	119
Recapitulare și sistematizare prin teste	120
Capitolul II. CERCUL	
Cercul.....	121
1. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	123
2. Triunghi și patrulater înscrise într-un cerc	127
3. Poligoane regulate înscrise într-un cerc	130
4. Lungimea cercului și aria discului	132
Recapitulare și sistematizare prin teste	133
Test de autoevaluare	135
Capitolul III. ASEMĂNAREA TRIUNGHIIURILOR	
1. Raportul a două segmente. Teorema lui Thales	137
1.1. Raportul a două segmente.....	137
1.2. Teorema lui Thales	140
Test de autoevaluare	147
2. Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a două triunghiuri	149
2.1. Teorema fundamentală a asemănării	149
Test de autoevaluare	155
2.2. Criterii de asemănare a două triunghiuri.....	157
3. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	161
Recapitulare și sistematizare prin teste	161
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA FINALĂ	164
MODELE DE TEZE SEMESTRIALE	166
PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR	169
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	171

Capitolul I

Mulțimea numerelor reale

PP Competențe specifice

- C₁. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui $\mathbb{R}$
- C₂. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale
- C₃. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
- C₄. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
- C₅. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale
- C₆. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale

Rădăcina pătrată

PE-PP

1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect



• Numărul natural x se numește **pătrat perfect** dacă există numărul întreg a cu proprietatea că $x = a^2$, unde $a \in \mathbb{Z}$.

• Numărul $|a|$ se numește **rădăcina pătrată** a numărului x și se notează cu $\sqrt{x}$.

Observații: Dacă x este un număr natural nenul, pătrat perfect, atunci există două numere distincte al căror pătrat este x , și anume $\sqrt{x}$ și $-\sqrt{x}$. Evident că numai unul dintre ele este număr natural. De aceea, dacă $a \in \mathbb{Z}$, atunci $\sqrt{x^2} = |a|$.

a) $x = a^2$ implică $\sqrt{x} = \sqrt{a^2} = |a|$. b) Dacă $a \geq 0$, atunci $\sqrt{a^2} = a$.

Example: $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = |10| = 10$; $\sqrt{64} = \sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$;

$\sqrt{25x^2y^4} = \sqrt{(5xy^2)^2} = |5xy^2| = 5y^2|x|$.

1. Copiați și completați următorul tabel ($x \in \mathbb{Z}$):

x	-5	-3	-2	0			9	12
x^2					16	36		

2. a) Scrieți toate pătratele perfecte mai mici decât 90.
 b) Scrieți toate numerele pătrate perfecte cuprinse între 140 și 290.
 c) Scrieți pătratele perfecte de trei cifre, mai mari ca 300.
3. Determinați numerele raționale care au pătratul egal cu:
 a) 25; b) 64; c) 121; d) 729; e) 1296.
4. Descompuneți în factori primi numerele următoare și arătați că sunt pătrate perfecte:
 a) 36; b) 64; c) 1; d) 169; e) 324; f) 529;
 g) $2^8 \cdot 81$; h) $49 \cdot 64 \cdot 5^2$; i) $4^3 \cdot 5^6$; j) $16^3 \cdot (-5)^4$; k) $121 \cdot 169^3$.
5. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt pătrate perfecte:
 a) 36; 4; 15; 56; 169; 190; 196; 225; 240; 256;
 b) 13^2 ; $(-9)^4$; 3^8 ; $(-7)^5$; 18^3 ; $(-12)^{18}$; $(-21)^7$; $(-28)^6$;
 c) 5^{8n} ; 7^{6n+4} ; 28^{n^4+1} ; 15^{n^2+n} ; 12^{n^2-n+6} , $n > 1$, $n \in \mathbb{N}$.
6. Fie $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ și $B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$.
 a) Determinați elementele mulțimii B .
 b) Determinați elementele mulțimii $C = \{z \mid z = \sqrt{y}, y \in B\}$.
7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
 a) $\sqrt{64} = 8$; b) $\sqrt{(-5)^2} = -5$; c) $\sqrt{123^2} = 123$;
 d) $\sqrt{(-432)^2} = 432$; e) $\sqrt{49a^2} = 7a$, $a < 0$; f) $\sqrt{(-25a^2)^2} = 5a^2$;
 g) $\sqrt{(-64a^4)^2} = 8a^2$; h) $\sqrt{81a^8b^2} = 9a^4b$, $b < 0$.
8. Rezolvați ecuațiile:
 a) $x^2 = 36$; b) $x^2 = 1600$; c) $5x^2 = 245$;
 d) $-2x^2 = -72$; e) $x^2 + 9 = 265$; f) $x^2 - 14 = 155$;
 g) $-3x^2 + 175 = -257$; h) $-2x^2 + 27 = -101$; i) $(x-3)^2 = 4$;
 j) $(x+4)^2 = 9$; k) $25 - (x+3)^2 = 9$; l) $-144 - (x-5)^2 = -225$
 (i) în mulțimea numerelor naturale;
 (ii) în mulțimea numerelor întregi.
9. Folosind formula $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$, unde $a \neq 1$ și $n \in \mathbb{N}^*$, calculați:
 a) $\sqrt{x+1}$, unde $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{201}$;
 b) $\sqrt{2x+1}$, unde $x = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{249}$;
 c) $\sqrt{4x+1}$, unde $x = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{359}$;
 d) $\sqrt{8x+1}$, unde $x = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{98}$.

- e) $\sqrt{35x+1}$, unde $x = 1 + 6^2 + 6^4 + 6^6 + \dots + 6^{198}$;
 f) $\sqrt{63x+1}$, unde $x = 1 + 8^2 + 8^4 + 8^6 + \dots + 8^{2018}$.

10. Arătați că x este un număr natural pătrat perfect.

- a) $x = (1 + 2 + 3 + \dots + 98) + 49$; b) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 225$;
 c) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 2019$; d) $x = 2 + 4 + 6 + \dots + 2018 + 1010$;
 e) $x = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 864 + 41616$;
 f) $x = 3(1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2017) - 1009 \cdot 2018$.

11. Calculați x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați $\sqrt{x}$:

- a) $x = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 98) + 99$; b) $x = 8(1 + 2 + 3 + \dots + 49) + 1225$;
 c) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 648 - 324^2$; d) $x = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 224 + 16 \cdot 450$;
 e) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 450 - 225^2$; f) $x = 3(1 + 3 + 5 + \dots + 99) - 5000$;
 g) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100 - 25 \cdot 2$; h) $x = 1 + 2 + 3 + \dots + 120 + 2 \cdot 242$.

12. Calculați numărul natural x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați $\sqrt{x}$:

- a) $x - 9 = 8(9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
 b) $x - 25 = 24(25 + 25^2 + 25^3 + \dots + 25^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
 c) $x - 16 = 15(16 + 16^2 + 16^3 + \dots + 16^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$;
 d) $x - 4 = 3(4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$.

13. Arătați că numărul x este pătrat perfect, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde:

$$x = 3^{2n+3} \cdot 4^{2n+3} - 2^{2n+1} \cdot 6^{2n+3}.$$

14. Se dau numerele:

$$a = 2 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2017} + 2^{2019} \text{ și } b = 1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2016} + 2^{2018}.$$

Arătați că numărul $x = a + b + 1$ este un pătrat perfect.

15. Arătați că următoarele numere sunt pătrate perfecte, după care calculați $\sqrt{x}$:

- a) $x = 6 + 12 + 18 + \dots + 288$; b) $x = 4 + 8 + 12 + \dots + 196$;
 c) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 1001$; d) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 2021$;
 e) $x = 1203 + 2 + 4 + 6 + \dots + 2404$.

16. Arătați că numerele de mai jos nu pot fi pătrate perfecte:

- a) $x = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2001}$; b) $x = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2001}$.

17. a) Arătați că numărul $x = 1010 + 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2018$ este pătrat perfect și calculați $\sqrt{x}$.

b) Arătați că numărul $a = 432 \cdot 289 + 1 + 2 + 3 + \dots + 288$ este pătrat perfect și calculați $\sqrt{a}$.

c) Arătați că numărul $n = 361^2 - 2(1 + 2 + 3 + \dots + 360)$ este pătrat perfect și calculați $\sqrt{n}$.

d) Arătați că numărul $n = 6^3 + 20 + 21 + 22 + \dots + 37$ este pătrat perfect și rezolvați ecuația $x^2 = n$.

e) Arătați că numărul $n = 243^2 - (240^2 + 3 \cdot 240)$ este pătrat perfect și calculați $\sqrt{n}$.

18. Arătați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

- a) $x = 5n + 3$; b) $x = 15n + 8$; c) $x = 25n - 7$; d) $x = 10n + 2$;
 e) $x = 6^n + 2$; f) $x = 10^n + 23$; g) $x = 31^n + 16$; h) $x = 25^n + 18$;
 i) $x = 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + \dots + 8^{2017}$; j) $x = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2021}$.

19. Arătați că numărul $n = \sqrt{x9 \cdot x7} + 1$ este număr natural, pentru orice cifră nenulă x .

20. Arătați că numărul $A = \sqrt{5^{4n+2} \cdot 9^{2n+2} + 25^{2n} \cdot 3^{4n+4} \cdot 24}$ este număr natural, oricare ar fi numărul natural n .

21. Fie numărul natural $a = 7^{2n} \cdot 576^{n+1} + 24^{2n} \cdot 49^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul $\sqrt{a}$ este natural par, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

22. Fie numărul natural $a = 5^{2n} \cdot 144^{n+1} + 12^{2n} \cdot 25^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul $\sqrt{a}$ este natural par, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

23. Efectuați:

- a) $\sqrt{14^2}$; $\sqrt{23^4}$; $\sqrt{(-35)^2}$; $\sqrt{3^6}$; $\sqrt{(-7)^4}$; $\sqrt{a^2}$; $\sqrt{a^4}$; $\sqrt{(-a)^8}$; $\sqrt{a^6}$, $a \in \mathbb{Z}$;
 b) $\sqrt{2^4 \cdot 3^2}$; $\sqrt{16^2 \cdot 5^2}$; $\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$; $\sqrt{2^6 \cdot 5^2 \cdot 3^4}$; $\sqrt{18^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6}$; $\sqrt{12^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$.

24. Calculați:

- a) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^2 \cdot (-5)^2}$; b) $\sqrt{(-2)^2 \cdot 7^2 \cdot 5^4}$; c) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-3)^2 \cdot (-7)^2}$;
 d) $\sqrt{5^2 \cdot 3^6 \cdot 2^4}$; e) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-14)^2 \cdot (-15)^2}$; f) $\sqrt{(-3)^4 \cdot 7^2 \cdot (-2)^2}$;
 g) $\sqrt{2^{10} \cdot 5^2}$; h) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^8 \cdot (-3)^2 \cdot 5^2}$;
 j) $\sqrt{5^2 \cdot 11^2 \cdot 3^4}$; k) $\sqrt{(-3)^6 \cdot (-2)^{10}}$; l) $\sqrt{(-7)^2 \cdot (-26)^2}$.

25. Calculați:

- a) $\sqrt{(-23)^2}$; b) $\sqrt{(-23)^4}$; c) $\sqrt{(-23)^6}$; d) $\sqrt{(-17)^8}$; e) $\sqrt{(-15)^2}$;
 f) $\sqrt{(-36)^4}$; g) $\sqrt{(-48)^2}$; h) $\sqrt{(-12)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^{24}}$; j) $\sqrt{2^{2018}}$;
 k) $\sqrt{3^{2020}}$; l) $\sqrt{(-6)^{2018}}$; m) $\sqrt{(-7)^{2020}}$; n) $\sqrt{(-5)^{2016}}$.

26. Folosind descompunerea în produs de puteri de factori primi, calculați rădăcina pătrată:

- a) $\sqrt{576}$; $\sqrt{729}$; $\sqrt{625}$; $\sqrt{324}$; b) $\sqrt{400}$; $\sqrt{784}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{676}$;
 c) $\sqrt{1600}$; $\sqrt{1296}$; $\sqrt{1764}$; $\sqrt{2025}$; d) $\sqrt{2500}$; $\sqrt{2304}$; $\sqrt{3136}$; $\sqrt{5184}$.

27. Folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, calculați:

- a) $\sqrt{3721}$; $\sqrt{1936}$; $\sqrt{4624}$; $\sqrt{9216}$; b) $\sqrt{7225}$; $\sqrt{2209}$; $\sqrt{7056}$; $\sqrt{3969}$;
 c) $\sqrt{2116}$; $\sqrt{3481}$; $\sqrt{3844}$; $\sqrt{2916}$; d) $\sqrt{12769}$; $\sqrt{45369}$; $\sqrt{15129}$; $\sqrt{15876}$.

28. Calculați:

- a) $\sqrt{20449} + \sqrt{285156} - \sqrt{54289}$; b) $\sqrt{2916} + \sqrt{41616} - \sqrt{11664}$;
 c) $\sqrt{229441} + \sqrt{301401} - \sqrt{546121}$; d) $\sqrt{467856} + \sqrt{264196} - \sqrt{826281}$.

29. Calculați:

- a) $\sqrt{6^3 \cdot 6}$; b) $\sqrt{11^4 \cdot 9}$; c) $\sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 25}$; d) $\sqrt{196 \cdot 2^6 \cdot 81}$;
e) $\sqrt{15^2 - 9^2 + 5^2}$; f) $\sqrt{72^2 - 71^2 + 5^2 + 1}$; g) $\sqrt{7(12^2 - 9^2)}$; h) $\sqrt{2^8(7^2 - 2^4 \cdot 3)}$.

30. Efectuați:

- a) $\sqrt{2^6(5^2 - 3^2)}$; b) $\sqrt{5^2 \cdot 2^4 + 5^2 \cdot 3^2}$; c) $\sqrt{5^2 \cdot 17^2 - 2^6 \cdot 5^2}$; d) $\sqrt{13^2 - 5^2 + 9^2}$;
e) $\sqrt{15^2 + 8^2}$; f) $\sqrt{16^2 + 12^2 + 15^2}$; g) $\sqrt{18^2 + 24^2 + 40^2}$; h) $\sqrt{26^2 - 24^2}$.

31. Efectuați calculele:

- a) $\sqrt{12^2 + 9^2}$; b) $\sqrt{15^2 - 9^2 + 16^2}$; c) $\sqrt{15^2 + 20^2}$; d) $\sqrt{30^2 - 24^2}$;
e) $\sqrt{3^2 \cdot 5^2 + 2^6}$; f) $\sqrt{3^4 \cdot 13^2 - 3^4 \cdot 5^2}$; g) $\sqrt{2^6 \cdot 7^2 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2}$.

PE Aprofundare și performanță ***

32. Efectuați calculele:

- a) $\sqrt{6 \cdot \sqrt{576}} + \sqrt{3 \cdot \sqrt{144}}$; b) $\sqrt{760 - \sqrt{961}} + \sqrt{1331 - \sqrt{1225}}$;
c) $\sqrt{63 + 3 \cdot \sqrt{729}} + \sqrt{540 + 2 \cdot \sqrt{324}}$; d) $\sqrt{399240 + \sqrt{32902 + \sqrt{910116}}}$.

33. Calculați:

- a) $\sqrt{6911 - \sqrt{261850 - \sqrt{531441}}}$; b) $\sqrt{286594 - \sqrt{135920 + \sqrt{58081}}}$;
c) $\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{455625}}} + \sqrt{18\sqrt{24\sqrt{46656}}}$; d) $\sqrt{669 + \sqrt{75\sqrt{18\sqrt{16384}}}}$.

34. Calculați:

- a) $\sqrt{119010 - \sqrt{455025 - \sqrt{561001}}}$; b) $\sqrt{66673 - \sqrt{389963 - \sqrt{344569}}}$.

PE-PP Supermate ****

35. Determinați $x \in \mathbb{N}$, știind că:

- a) $\sqrt{1 \cdot 7 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^3 + \dots + 6 \cdot 7^{2019}} = 7^x$;
b) $9\sqrt{3^{2018} - 2 \cdot 3^{2017} - 2 \cdot 3^{2016} - \dots - 2 \cdot 3 - 2} = 3^x$;
c) $\sqrt{1 + 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + \dots + 2 \cdot 3^{2019}} = 3^x$;
d) $\sqrt{2^{1980} - 2^{1979} - 2^{1978} - \dots - 2^{1002}} = 2^x$;
e) $\sqrt{13 + 12 \cdot 13 + 12 \cdot 13^2 + 12 \cdot 13^3 + \dots + 12 \cdot 13^{2018} + 12 \cdot 13^{2019}} = 13^{2x}$.

36. Demonstrați că numărul $a = 5^{2n+1} \cdot 4^{3n+2} + 10^{2n+1} \cdot 2^{4n+1}$ este pătrat perfect, $(\forall) n \in \mathbb{N}$.

37. Calculați $x \in \mathbb{N}$, știind că $\sqrt{3^{600} - 2 \cdot 3^{599} - 2 \cdot 3^{598} - 2 \cdot 3^{597} - \dots - 2 \cdot 3^{479} - 2 \cdot 3^{478}} = 3^x$.

38. Câte pătrate perfecte conțin mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 144\} \text{ și } B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 400\}?$$

(Ip) 2. Calculați valoarea numărului:

$$x = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{3}{74 \cdot 77} + \frac{3}{77 \cdot 80}\right) - \left(\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{73 \cdot 75}\right)}.$$

(Ip) 3. Fie numărul $x = 9^{2n} \cdot 144^{n+1} + 12^{2n} \cdot 81^{n+1} + 25 \cdot 2^{4n+4} \cdot 3^{6n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că $\sqrt{x}$ este număr natural par, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

(Ip) 4. Arătați că numărul
$$x = \frac{2\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019} + \frac{1}{2019 \cdot 2020}\right)}{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2018 + 2019}$$
 este pătratul unui număr natural.

Subiectul	I.1	I.2	I.3	I.4	I.5	I.6	II.1	II.2	II.3	II.4	III.1	III.2	III.3	III.4
Punctajul														
Nota														

2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ



Numărul rațional nenegativ a se numește **rădăcina pătrată** a unui număr nenegativ x dacă $a^2 = x$. Notăm $\sqrt{x} = a$.

Exemple: a) $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{6}{7}$; b) $\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$; c) $\sqrt{\left(-\frac{2}{9}\right)^2} = \left|-\frac{2}{9}\right| = \frac{2}{9}$.

Dacă numărul rațional pozitiv este scris sub formă de fracție zecimală finită, atunci extragerea rădăcinii pătrate din număr se face folosind următoarele tehnici:

(i) se scrie fracția zecimală sub forma ordinară:

Exemplu: $\sqrt{2,25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \sqrt{\left(\frac{15}{10}\right)^2} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$.

ii) se extrage rădăcina pătrată ca la numere naturale, cu deosebirea că gruparea cifrelor câte două se face începând de la virgulă spre stânga și spre dreapta, ultima grupă spre dreapta completându-se cu un zero dacă este formată dintr-o singură cifră, iar când se ajunge în dreptul virgulei, se scrie virgula la rezultat.

Exemplu: $\sqrt{0,8464}$

0,92	
81	$9 \cdot 9 = 81$
364	$182 \cdot 2 = 364$
364	
=	

Observație: Putem calcula rădăcina pătrată cu aproximație de orice ordin:

a) de o zecime;

b) de o sutime ș.a.m.d.

Exemplu: $\sqrt{12,00}$

3,4	
9	$3 \cdot 3 = 9$
300	$64 \cdot 4 = 256$
256	
44	

Exemplu: $\sqrt{12,0000}$

3,46	
9	$3 \cdot 3 = 9$
300	$64 \cdot 4 = 256$
256	$686 \cdot 6 = 4116$
4400	
4116	
=284	

Proprietăți:

1. $\sqrt{x} \geq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{Q}_+$;
2. $(\sqrt{x})^2 = x$, pentru orice $x \in \mathbb{Q}_+$;
3. $\sqrt{x^2} = |x|$, pentru orice $x \in \mathbb{Q}$.

Exemple:

1. $\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{3}{4}$; 2. $\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8}$; 3. $\sqrt{5,76} = 2,4$.

1. Fie mulțimea $A = \left\{ -0, (6); -\frac{3}{8}; -2^3; -1^2; 1, (6); \left| -\frac{4}{3} \right|; |-1, 1(6)|; 0, 41(6); 0, 58(3) \right\}$.

Determinați elementele mulțimii $B = \{a^2 \mid a \in A\}$.

2. Completați tabelele de mai jos:

a)

a	-0,8	$-\frac{5}{8}$	-4^2	-1^3	-0,25	0,08(3)	1,41(6)	1,2(6)	$\frac{5}{4}$	3	4,25	2,3(8)
a^2												

b)

a	$\frac{4}{169}$	$\frac{16}{49}$	3,24	$2\frac{7}{9}$	0,04	$(-3)^6$	$\frac{361}{121}$	$(-2^2)^4$	$7\frac{1}{9}$
$\sqrt{a}$									

3. Fie mulțimea $A = \left\{ -\frac{3}{4}; \frac{4}{9}; \frac{25}{36}; 0; -3; -3,5; -2\frac{1}{2}; 1, 1(3); 2, 1(6); 2, 08(3) \right\}$. Determinați elementele mulțimii $B = \{y \mid y = \sqrt{x^2} \text{ și } x \in A\}$.

4. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\sqrt{49} = 7$; b) $\sqrt{64} = -8$; c) $\sqrt{81} = \pm 9$; d) $\sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{8}{5}$;
 e) $\sqrt{\frac{128}{2}} = 8$; f) $\sqrt{0,49} = \pm 0,7$; g) $\sqrt{1,21} = 1,1$; h) $\sqrt{1,96} = 1,4$;
 i) $\sqrt{5,76} = -2,4$; j) $\sqrt{12,25} = \pm 3,5$; k) $\sqrt{0,0784} = \frac{7}{25}$;
 l) Dacă $A = \frac{30^2 - 18^2}{6^2} + \frac{20^2 - 16^2}{4^2}$, atunci $\sqrt{A}$ este număr natural.

5. Calculați:

- a) $\sqrt{\frac{16}{25}}$; b) $\sqrt{\frac{81}{64}}$; c) $\sqrt{\frac{9}{49}}$; d) $\sqrt{\frac{144}{169}}$; e) $\sqrt{\frac{100}{289}}$; f) $\sqrt{\frac{256}{225}}$;
 g) $\sqrt{\frac{196}{289}}$; h) $\sqrt{\frac{625}{324}}$; i) $\sqrt{\frac{169}{256}}$; j) $\sqrt{\frac{144}{1225}}$; k) $\sqrt{\frac{196}{324}}$; l) $\sqrt{\frac{361}{484}}$;
 m) $\sqrt{\frac{576}{729}}$; n) $\sqrt{\frac{784}{1225}}$.

6. Calculați:

- a) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$; b) $\sqrt{5\frac{19}{25}}$; c) $\sqrt{1\frac{32}{49}}$; d) $\sqrt{11\frac{1}{9}}$; e) $\sqrt{7\frac{9}{16}}$;
 f) $\sqrt{4\frac{25}{36}}$; g) $\sqrt{4\frac{33}{64}}$; h) $\sqrt{20\frac{1}{4}}$; i) $\sqrt{7\frac{21}{25}}$; j) $\sqrt{6\frac{30}{49}}$.

7. Calculați:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{\frac{4}{9}}; \sqrt{\frac{36}{64}}; \sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2}; \sqrt{\left(-\frac{24}{25}\right)^2}; & \text{b)} & \sqrt{5\frac{4}{9}}; \sqrt{1\frac{24}{25}}; \sqrt{\left(+2\frac{1}{2}\right)^2}; \sqrt{\left(-3\frac{1}{7}\right)^2}; \\ \text{c)} & \sqrt{\frac{361}{961}}; \sqrt{\frac{1089}{841}}; \sqrt{\left(\frac{112}{513}\right)^2}; \sqrt{\left(-\frac{107}{219}\right)^2}; \\ \text{d)} & \sqrt{\frac{15^2}{23^2}}; \sqrt{\frac{(-7)^2 \cdot 3^2}{2^4}}; \sqrt{\frac{2^2 \cdot (-3)^4 \cdot (-5)^2}{(-7)^2 \cdot 11^2}}; \sqrt{\frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^6}{(-7)^2 \cdot (-8)^2 \cdot (-9)^2}} \end{aligned}$$

PE Aplicare și exersare **

8. Calculați:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{0,49}; & \text{b)} & \sqrt{0,04}; & \text{c)} & \sqrt{1,96}; & \text{d)} & \sqrt{3,24}; & \text{e)} & \sqrt{6,76}; \\ \text{f)} & \sqrt{0,0361}; & \text{g)} & \sqrt{1,6384}; & \text{h)} & \sqrt{5,0176}; & \text{i)} & \sqrt{4,6656}; & \text{j)} & \sqrt{10,4976}; \\ \text{k)} & \sqrt{167,9616}; & \text{l)} & \sqrt{147,8656}; & \text{m)} & \sqrt{5,308416}; & \text{n)} & \sqrt{0,186624}. \end{aligned}$$

9. Efectuați:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{1062,76}; \sqrt{5,4756}; \sqrt{166,41}; \sqrt{38,5641}; \sqrt{10,4976}; \\ \text{b)} & \sqrt{0,015129}; \sqrt{0,2916}; \sqrt{0,000289}; \sqrt{0,000225}; \sqrt{0,001296}; \\ \text{c)} & \sqrt{10,1124}; \sqrt{42,3801}; \sqrt{13,1044}; \sqrt{0,016129}; \sqrt{0,015876}. \end{aligned}$$

10. Efectuați:

$$\begin{aligned} \text{a)} & 1\frac{1}{3} \cdot \sqrt{0,09} + 2\frac{1}{7} \cdot \sqrt{0,0196} + 0, (6) \cdot \sqrt{576}; \\ \text{b)} & 2\frac{1}{2} \cdot \sqrt{0,0144} + (-1)^{11} \cdot \sqrt{0,16} + 0,1(6) \cdot \sqrt{0,36}; \\ \text{c)} & 1\frac{2}{3} \cdot \sqrt{0,0225} + 0, (3) \cdot \sqrt{0,81} - 0,2(7) \cdot \sqrt{0,0324}; \\ \text{d)} & 3\frac{2}{5} : \sqrt{0,0289} - 4\frac{2}{3} : \sqrt{\frac{196}{81}} - 2, (6) \cdot \sqrt{\frac{144}{256}}; & \text{e)} & \sqrt{\left(2\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} + \left(1\frac{1}{3}\right)^2}; \\ \text{f)} & 2, (3) \cdot \sqrt{0, (1)} - \sqrt{\frac{324}{25}} : \sqrt{\frac{81}{225}} + \sqrt{1225} : \sqrt{49}; & \text{g)} & \sqrt{(0,5)^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,12 + (0,12)^2}. \end{aligned}$$

11. Calculați:

$$\begin{aligned} \text{a)} & 3\frac{1}{2} \cdot \sqrt{0,0225} - 0, (6) \cdot \sqrt{1,125 \cdot 2} + 0,2(7) \cdot \sqrt{0,09}; \\ \text{b)} & 0,3 \cdot \sqrt{[0,8(3)]^2} - 0,24 \cdot \sqrt{14,0625} + 0, (3) \cdot \sqrt{0,81}; \\ \text{c)} & 2, (3) \cdot \sqrt{\frac{81}{784}} + \sqrt{12,96} : \sqrt{0,36} - \sqrt{0,1024} : \sqrt{0,64}. \end{aligned}$$